12+

Sapere Aude – Дерзай знать!

ISSN 1814-6422

ПОТЕНЦИАЛ

Ежемесячный журнал для старшеклассников и учителей

№03, 2018

МАТЕМАТИКА ФИЗИКА ИНФОРМАТИКА

Избежавшие забвения

Замечательная комбинация правильных многоугольников

Четыре ноги, два уха, один нос и брюхо

Музыка из машины

Журнал для старшеклассников и учителей

Потенциал

Математика Физика Информатика

Содержание

Март № 03 2018

Сквозь время

2 Роберт Милликен. *Б.Л. Дружинин*

Загадочный мир

10 Избежавшие забвения. *А.В. Чеботарёва*

Математика

19 Замечательная комбинация правильных многоугольников. *Г.Ю. Гавриленко*

Физика

23 Четыре ноги, два уха, один нос и брюхо. *Л.В. Ершова*

Олимпиадная школа

27 Олимпиадная школа. Урок 1. Вводное занятие. *М.Н. Бондаров*

Информатика

37 Программная реализация нахождения решения головоломки «Судоку» на школьном алгоритмическом языке. *К.С. Ткаченко*

Приручаем компьютер

46 Музыка из машины. *С. Иванов*

Олимпиады

51 Олимпиада по программированию для школьников «Технокубок» – 2018. Раунд IV. *С.А. Марданов*

63 Отраслевая физико-математическая олимпиада школьников «Росатом» 2017–2018 учебного года. Заключительный тур по физике. *С.Е. Муравьёв*

Книжная полка

75 Теория хаоса

Калейдоскоп

79 Две любопытные истории

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19521 от 17 февраля 2005 года.
Адрес: 109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84, редакция журнала «Потенциал».
Тел. (495) 787-24-94, 787-24-96
E-mail: editor@potential.org.ru
Сайт: www.potential.org.ru
Подписано в печать 01.06.2018
Отпечатано в типографии «Азбука-2000».
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 5. Формат 70х100 1/16.
Тираж 2000 экз. Заказ № 217.
Учредитель ООО «Азбука-2000», 109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84.
Журнал издаётся на средства выпускников технических вузов.

ISSN 1814-6422

Бондаров Михаил Николаевич
Учитель физики лицея №1501 г. Москвы.
Почётный работник общего образования
Российской Федерации

Олимпиадная школа
Урок 1. Вводное занятие

Наша Олимпиадная школа рада встретить на своих занятиях всех, кто стремится познать необычайную красоту великой науки – физики. Это можно сделать по-разному: наблюдая обычные и необычные явления природы, проводя физические эксперименты, размышляя над основными положениями физической теории, знакомясь с трудами великих физиков и многими другими способами. Мы же займёмся решением олимпиадных физических задач.

Первое занятие является вводным. Это урок-знакомство, его цель – показать небольшой набор олимпиадных задач с подробным разбором подходов к их решению. Основное внимание будет уделено демонстрации тех способов решения задач, которые не так часто гостят на традиционных школьных уроках.

На занятиях Олимпиадной школы мы постараемся представить некий минимум приёмов решения олимпиадных задач по наиболее важным темам школьного курса физики – *олимпминимум*. Естественно, что знакомство с этими приёмами не является гарантией побед на олимпиадах любого уровня. Однако уверенное владение хотя бы некоторыми из них, несомненно, будет способствовать успешному выступлению.

В олимпиадной школе мы будем, конечно же, учиться решать олимпиадные задачи. А чем, собственно, *олимпиадная* задача отличается от *обыкновенной* школьной задачи? Главным отличием должна быть какая-то изюминка, которая делает задачу необычной. Эта изюминка может быть как в условии задачи, так и в её решении.

Так, например, в олимпиадной задаче может встретиться какая-то хитрая – на первый взгляд, почти не-

заметная – особенность, отличающая её от стандартной.

Возьмите хоть такую ситуацию: мы регулярно пренебрегаем сопротивлением воздуха в задачах на движение тел вблизи поверхности земли. К этому привыкаем настолько, что порой пренебрегаем сопротивлением воздуха там, где оно играет существенную роль.

Рассмотрим конкретную задачу.

Задача 1. Мяч брошен вертикально вверх. Что больше: время подъёма или время падения?

Казалось бы, о чём тут думать: мы практически всегда решали идеализированную задачу, когда не учитывалось сопротивление воздуха. В таком случае считалось, что время подъёма в точности равно времени падения. Правда, если бы нас попросили доказать это утверждение, то сколь быстро бы мы справились с заданием?

Наверное, пришлось бы ввести величину начальной скорости v_0, а затем определить время t_1 подъёма до остановки в верхней точке

$$t_1 = \frac{v_0}{g}, \qquad (1)$$

после чего рассмотреть полное время движения t до падения на землю. За это время мяч вернётся в исходную точку, поэтому его перемещение равно нулю:

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0, \qquad (2)$$

откуда

$$t = \frac{2v_0}{g}. \qquad (3)$$

Отсюда следует, что время t_2 падения равно

$$t_2 = t - t_1 = \frac{v_0}{g}. \qquad (4)$$

Итак, утверждение доказано, причём с помощью стандартных школьных способов.

Однако к тому же результату можно было прийти значительно быстрее, воспользовавшись замечательным приёмом под названием «**метод обратимости**». Понять его суть поможет нам следующий пример. Представьте себе, что полёт мяча вверх снимают на киноплёнку, а затем прокручивают её в обратном направлении с той же скоростью. Тогда подъём мяча до мгновения остановки в верхней точке превращается в свободное падение с достигнутой высоты до точки броска. Поскольку время прокрутки плёнки в обе стороны одинаково, без всяких формул становится очевидным, что время подъёма в точности равно времени падения.

Таким образом, мы ясно увидели, как работает один из олимпиадных приёмов. В дальнейшем нам не раз будут встречаться аналогичные приёмы в действии.

И всё же к решению данной задачи наши рассуждения имеют весьма отдалённое отношение. Конечно же, авторы задачи предполагали что-то более весомое, нежели тот ответ, к которому мы пришли так быстро.

Попробуем теперь, отказавшись от идеализированной ситуации полного отсутствия сопротивления воздуха, учесть его влияние. Такой переход значительно усложняет задачу, поскольку сила сопротивления воздуха зависит от скорости движения тела. Чтобы *качественно* понять характер изменений, внесённых в движение мяча сопротивлением воздуха, будем считать для простоты, что сила сопротивления остаётся постоянной по модулю.

Тогда уже модули ускорения мяча при движении вверх и вниз будут разными. Убедимся в этом, опираясь на второй закон Ньютона. Действительно, во время полёта мяча вверх обе действующие на него силы направлены вниз (рис. 1 *а*), т.е. их действие складывается, сообщая мячу ускорение a_1, большее g. В то же время при падении мяча сила сопротивления воздуха мешает силе тяжести, которая стремится разогнать тело. Значит, в этом случае ускорение a_2 мяча оказывается меньше g (рис. 1 *б*). Следовательно, время t_2 падения мяча превысит время его подъёма t_1.

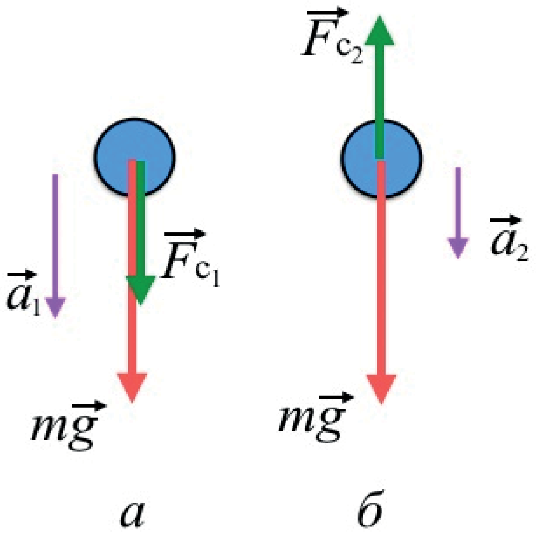

Рис. 1

К этому же ответу можно было прийти, не применяя основной закон динамики, а воспользовавшись ещё одним важнейшим олимпиадным приёмом. Называется он «**проверка на частный случай**».

Представим себе, что плотность воздуха так велика, что он оказывает очень сильное сопротивление движению мяча. Другими словами, будем считать, что воздух превратился в подобие вязкой жидкости. В таком случае при движении вверх мяч очень быстро погасит свою скорость до нуля, зато его падение может стать столь длительным и плавным, что оно растянется на значительное время.

Замечание. Разумеется, рассмотренный выше приём не может являться единственным аргументом, используемым в решении. Едва ли жюри поставит за такое решение максимальный балл. Тем не менее *в качестве проверки* приём проверки на частный случай может быть чрезвычайно полезен. Кроме того, в некоторых ситуациях рассмотрение частного случая позволяет угадать ответ *в общем случае*, т.е. навести на мысль, что именно «нужно» доказывать. Всё же, повторим, рассмотрение частного случая не заменяет нахождение общего решения.

Для иллюстрации очень хорош **графический метод**, полезность которого будет показана при решении многих задач следующего урока.

Изобразим на рис. 2 график зависимости модуля скорости v мяча от времени t.

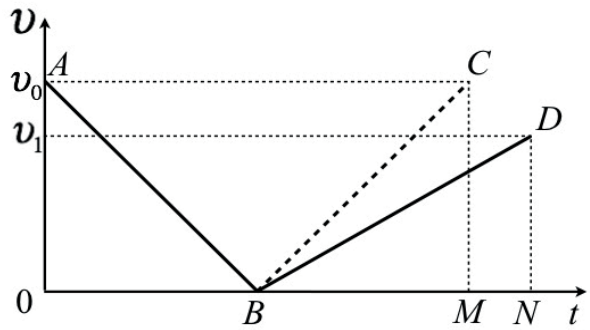

Рис. 2

Участок *AB* соответствует движению мяча вверх. Если бы ускорение оставалось прежним (как было бы при отсутствии сопротивления воздуха), то падению отвечал бы участок *BC* графика. При этом модуль скорости мяча в момент падения был бы равен модулю его начальной скорости v_0.

Выше было показано, что ускорение a_2 мяча при его движении вниз станет меньше его ускорения a_1 при подъёме. Следовательно, наклон графика на участке спуска BD должен быть меньше AB. Однако вверх и вниз мяч пролетел одинаковые расстояния, т.е. площади $0AB$ и BDN должны быть равны. Теперь из графика сразу видно, что время падения (участок BN) больше времени подъёма (участок $0B$).

Замечание. Строго говоря, сила сопротивления воздуха в процессе движения зависит от скорости тела. Мы же при построении графика считали её постоянной. Однако учёт зависимости силы сопротивления от скорости качественно ответа не изменит.

Ответ. Время падения больше времени подъёма.

Пора подвести некоторое итоги. На примере данной задачи мы познакомились с несколькими олимпиадными способами решения (они были **выделены**). Кроме того, задача предостерегла нас от чрезмерно упрощённого подхода к решению, когда мы пренебрегли важнейшим в данном случае фактором: наличием сопротивления воздуха, в результате чего ответ стал иным.

Заметим, что в некоторых случаях в условие этой задачи добавляется предложение: «*учесть сопротивление воздуха*». Так было, например, на одной из физтеховских олимпиад. Такое добавление было бы очень полезным.

Мы же взяли формулировку условия в том виде, в котором она предлагалась на IV Всесоюзной олимпиаде 1970 г. Видимо, организаторы посчитали тогда, что приехавшие на финал школьники должны сами догадаться о необходимости учёта сопротивления воздуха.

Следующая задача также очень напоминает стандартную школьную. На первый взгляд, трудно поверить, что её могут предложить на олимпиаде. Но это действительно так, просто составители задачи подготовили вам сюрприз!

Задача 2. Торможение электропоезда метро должно начинаться на расстоянии 200 м до станции. На каком расстоянии от станции окажется поезд, идущий со скоростью 30 м/с, через 7 с после начала торможения с ускорением 5 м/с^2?

В некоторых случаях найти ошибку в решении помогает возможность использовать *несколько подходов к решению*. Если разные способы приводят к одному и тому же ответу, как это было конце разбора задачи 1, то, вероятнее всего, всё сделано правильно. Если же ответы не сходятся, стоит задуматься.

Итак, начнём с использования стандартной формулы расчёта перемещения при равноускоренном движении. Путь, пройденный электропоездом за 7 с, равен

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 30\cdot 7 - \frac{5\cdot 7^2}{2} = 87{,}5\,\text{м}. \quad (5)$$

После чего мы сразу приходим к ответу: через 7 с поезд окажется на расстоянии $l = 200 - 87{,}5 = 112{,}5$ м от станции.

Признайтесь, уважаемый читатель, не показалось ли вам, что мы как-то слишком быстро пришли к ответу в *олимпиадной* задаче? А что если, не ограничиваясь показанным выше «решением», продолжить размышление над условием? Почему в условии спрашивается о положении поезда в момент времени $t = 7$ с? Нет ли у этого момента какой-либо особенности? Вообще-то, при торможении есть такая *особенная* точка: в ней оказывается тело в момент остановки. Тогда, может быть, именно об этой точке идёт речь в условии? Что ж, займёмся проверкой. Её произвести несложно: время движения поезда до остановки равно

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{30}{5} = 6\,\text{с}. \qquad (6)$$

Так вот, значит, где хитрость задачи, на которую мы сначала не обратили внимание!

Вспомните, не предупреждал ли вас учитель: будьте осторожны с расчётом пути, пройденного телом, брошенным вверх. Если, например, тело брошено вверх со скоростью 20 м/с, то найти пройденное им расстояние по формуле (5) можно лишь в том случае, пока оно летит вверх, т. е. в течение первых двух секунд. После чего тело начнёт падать. При этом пройденный им путь будет продолжать нарастать, зато модуль перемещения станет уменьшаться. В таком случае для определения пройденного пути применять формулу (5) нельзя!

Теперь становится понятной причина нашей ошибки: мы использовали формулу перемещения для того момента времени, когда поезд уже перестал двигаться вперёд.

Когда причина ошибок вскрыта, остаётся лишь прийти к правильному ответу. Итак, за 6 с скорость уменьшилась от 30 м/с до нуля. Значит, средняя скорость поезда в течение этого времени была равна 15 м/с, а само торможение длилось 6 с. Значит, тормозной путь равен

$$s = v_{\text{ср}} t = 15 \cdot 6 = 90\,\text{м}, \qquad (7)$$

а расстояние до станции составляет $l = 200 - 90 = 110$ м.

К тому же ответу можно прийти, подставив в формулу (5) время $t = 6$ с.

Замечание. В решении этой задачи мы используем некоторые знания о реальности, которых, строго говоря, в условии-то нет. Мы понимаем, что если поезд «тормозит перед станцией», то обратно двигаться он не будет.

И всё же рекомендуем на олимпиадах при встрече с подобной задачей писать в решении более аккуратно: из условия известно только, что было с поездом в течение первых шести секунд. Двигался ли поезд в течение седьмой секунды, науке не известно!

Поэтому и ответ к задаче желательно написать чуть более подробно, чем обычно:

Ответ. 110 м, если поезд в течение последней секунды не двигался.

В двух первых задачах мы увидели, как небольшое *изменение условия* превращает стандартную *школьную* задачу в *олимпиадную*. Но возможен и иной характер подобного превращения: *неожиданный вопрос в привычном условии*. Рассмотрим пример из превосходной переводной книги [1].

Задача 3. Маленький предмет покоится на краю горизонтального стола. Его толкают таким образом, что он падает с другой стороны стола, ширина которого 1 м, через 2 с. Имеет ли предмет колёса?

Наличие колёс у предмета позволяет ему катиться, т.е. двигаться с малым трением. Если же колёса отсутствуют, то после толчка предмет будет скользить по столу. Попробуем найти минимальный коэффициент трения скольжения μ, не позволяющий предмету упасть со стола. Будем считать, что предмет после толчка проедет весь стол и остановится у самого его конца. Итак, нам снова встретилось равноускоренное движение, при котором тело тормозит и останавливается. Что ж, попробуем вновь использовать испытанный в таких случаях метод обратимости. Тогда, **переформулировав условие**, получим новую задачу:

Трогаясь с места, тело проходит 1 м за 2 с. Каково его ускорение?

Это ускорение a легко находится по известной формуле

$$s=\frac{at^2}{2}, \qquad (8)$$

где расстояние $s = 1$ м, а время $t = 2$ с. Выражая из формулы (8) ускорение, получим

$$a=\frac{2s}{t^2}=\frac{2\cdot 1}{2^2}=0{,}5\,\text{м/с}^2.$$

Замечание. Как и в решении задачи 1, использование метода обратимости позволило сократить математические выкладки, но, конечно же, к тому же результату можно было прийти, не прибегая к этому приёму.

Теперь снова возвращаемся к исходной задаче.

Осталось лишь вспомнить, что коэффициент трения входит в формулу силы трения скольжения $F_{\text{тр}}$, которая для горизонтального стола равна

$$F_{\text{тр}}=\mu mg,$$

где m – масса предмета. Тогда из второго закона Ньютона

$$ma=\mu mg$$

определим величину коэффициента трения

$$\mu=\frac{a}{g}=\frac{0{,}5}{10}=0{,}05.$$

Эта величина намного меньше коэффициентов трения, с которыми можно встретиться в обычных условиях *скольжения* тела по столу. Таким образом, мы приходим к выводу, что предмет, скорее всего, не скользит, а тем или иным способом катится.

Ответ. Скорее всего, имеет.

Перейдём к задаче, в решении которой можно совсем не использовать формулы и математические преобразования.

Задача 4. Две спицы движутся равномерно и поступательно со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, как показано на рис. 3. Найдите построением скорость колечка, связывающего эти спицы.

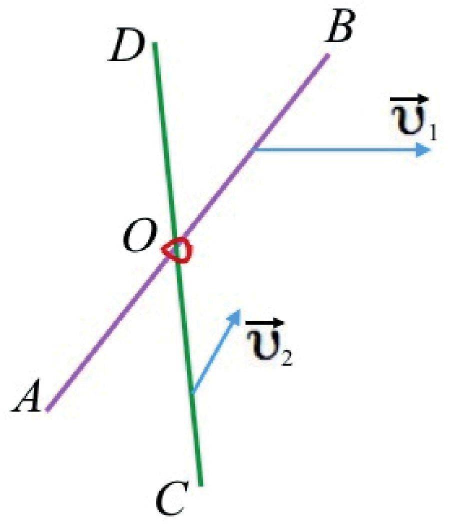

Рис. 3

Эту задачу я не встречал ни в одном известном мне задачнике. Услышал же впервые её лет сорок назад от своего институтского преподавателя Анатолия Ивановича Наумова. С тех пор я много раз предлагал её своим ученикам, и, надо отметить, чаще всего приходилось слышать от них такое «решение»: нужно сложить векторы $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ по правилу параллелограмма. Логика этого рассуждения предельно ясна. Если в прежних задачах имелось два вектора, то их чаще всего складывали либо по правилу параллелограмма, либо по правилу треугольника. Вот и сработал стереотип! Однако в данном случае нам нужно найти не векторную сумму скоростей, а нечто иное: скорость колечка, т. е. точки пересечения спиц.

Попробуем поступить по-другому. Вспомним *определение* вектора скорости поступательного равномерного движения: это отношение вектора перемещения к промежутку времени, в течение которого совершено перемещение. Можно сказать немного иначе: вектор скорости – это перемещение за единицу времени. Используя данное определение, изобразим на рис. 4, где окажутся спицы через секунду. Очевидно, что спица AB переместится в положение $A'B'$, а спица CD – в положение $C'D'$. Заметим, что при этом колечко переместится из точки O в точку O'. Следовательно, вектор скорости спицы совпадает с вектором $\overrightarrow{OO'}$.

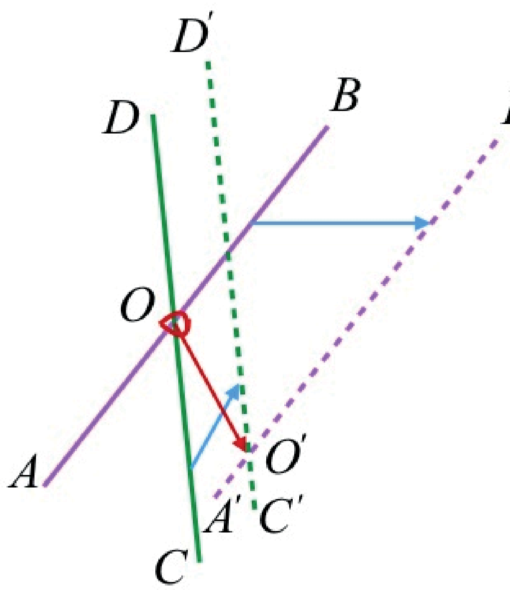

Рис. 4

А чтобы окончательно завершить разговор об этой задаче, давайте всё же докажем непримиримым сторонникам гипотезы о сложении векторов по правилу параллелограмма, что их версия ошибочна.

Действительно, рассмотрим частный случай. Пусть спицы движутся так, что векторы их скоростей направлены вдоль самих спиц. Тогда понятно, что колечко не сдвинется с места, оставаясь всё время в точке O. Однако при сложении векторов скоростей спиц получается другой результат: суммарный вектор не будет нулевым!

В этом рассуждении мы использовали очень полезный приём: **рассмотрение частного случая**, *когда ответ очевиден.*

Ответ. См. рис. 4.

Способ решения следующей задачи (она предлагалась на XI Всесоюзной олимпиаде в 1972 г.) был известен ещё Галилео Галилею (1564–1642). К сожалению, в обычные школьные задачники подобные задачи включаются очень редко.

Задача 5. Действующая модель подъёмного крана способна поднять 10 бетонных плит без обрыва троса. Сколько плит поднимет реальный кран, изготовленный из тех же материалов, если линейные размеры крана, троса и плит в 12 раз больше, чем размеры модели?

Возможно, в 7 классе вам приходилось решать такую задачу: *Останкинская телебашня в Москве высотой* 540 *м имеет массу* 55 000 *т. Какую массу имела бы точная модель этой башни высотой* 54 *см?*

Напомним её решение. По условию высота модели меньше самой башни в 1000 раз. Поскольку модель точная, во столько же раз меньше её ширина и длина. Таким образом, объём модели меньше объёма телебашни в 10^9 раз. Плотность материала модели должна совпадать с плотностью башни (иначе модель нельзя считать точной), следовательно, масса модели в миллиард раз меньше массы телебашни. Итак, ответ получен: масса модели равна

$$55\,000 \text{ т} : 10^9 = 0{,}055 \text{ кг} = 55 \text{ г}.$$

Тот же способ – **метод подобия** – удобно использовать для решения задачи о подъёмном кране. Количество поднимаемых краном плит определяется двумя факторами: 1) весом плит и 2) прочностью троса.

Вес плит пропорционален их массе, поэтому при переходе от плит, поднимаемых моделью крана, к плитам, которые должен поднять реальный кран, вес должен вырасти в 12^3 раз. Прочность троса зависит от площади его поперечного сечения, которая возрастёт всего в 12^2 раз. Выходит, что число плит, которое способен поднять кран, меньше числа плит, которые поднимает модель, в $12^3/12^2 = 12$ раз. Получается весьма неожиданный результат: трос крана не сможет удержать даже одну плиту!

Ответ. Ни одной.

Замечание. Критически настроенный читатель вправе задать вопрос: «Как же попала эта задача на олимпиаду столь высокого ранга, если удалось решить её столь быстро и практически без формул?» Действительно, такой взгляд на рассматриваемую проблему не лишён оснований.

Скажем сначала об использовании формул в решении. Нередко считается, что решение задачи без формул является недостаточно строгим. Во многих случаях это, конечно же, так, но имеются исключения, с которыми мы не раз ещё столкнёмся на следующих уроках. А решение данной задачи вполне можно оформить так, чтобы любители формульного решения остались довольны.

Приведём решение, взятое из замечательного олимпиадного задачника [2]:

«Максимальная нагрузка, которую выдерживает трос крана, определяется пределом прочности материала троса – максимальным напряжением, при котором материал ещё не разрушается.

Предположим, что вес модельной плиты q, площадь поперечного сечения троса s. Напряжение, возникающее в тросе при нагрузке в одну плиту,

$$\sigma = \frac{q}{s}.$$

Согласно данным задачи предел прочности материала троса – максимально выдерживаемое напряжение σ_0 – определяется условием

$$\frac{10q}{s} < \sigma_0 < \frac{11q}{s} \tag{9}$$

(это означает, что кран поднимает 10 плит, а нагрузку в 11 плит трос не выдерживает).

При переходе к реальному крану и плитам все линейные размеры увеличиваются в $n = 12$ раз. Значит, вес плиты Q увеличивается в n^3 раз, поперечное сечение троса S увеличивается в n^2 раз:

$$Q = n^3 q, \quad S = n^2 s$$

(так как плотность соответствующих материалов не меняется).

Максимальное число плит N, которые может поднять реальный кран, определяется условием

$$(N+1)\frac{Q}{S} > \sigma_0 \geq N\frac{Q}{S} = N\frac{n^3 q}{n^2 s} = Nn\frac{q}{s},$$

откуда

$$N \leq \frac{\sigma_0}{12q/s}.$$

Но из соотношения (9) следует, что

$$\frac{\sigma_0}{11q/s} < 1.$$

Следовательно,

$$N \leq \frac{\sigma_0}{12q/s} < \frac{\sigma_0}{11q/s} < 1,$$

т. е. реальный кран не сможет поднять ни одной плиты».

С последней задачей этого урока я познакомился примерно полвека назад, когда учился в школе. Она была опубликована в журнале «Знание – сила» [3] в рубрике «Клуб ЛЭФ» – за этой аббревиатурой скрывался Клуб Любителей Элементарной Физики.

Перед вами, уважаемый читатель, **задача-шутка**. Хорошо известно, что физики любят шутки, они шутили и продолжают шутить [4], несмотря ни на что. К тому же великий физик Нильс Бор (1885–1962) любил повторять: «На свете есть столь серьёзные вещи, что говорить о них можно только шутя». Так что постарайтесь отбросить серьёзные мысли и отнестись к предлагаемой ниже задаче с известной долей юмора.

Задача 6. За торговым кораблём погнались пираты. Капитан поднял все паруса, но пиратское судно было быстроходнее, и расстояние между судами быстро уменьшалось. Капитан хорошо знал физику и понимал, что виною всему большое сопротивление воды. Он спустился в трюм, держа в руках пилу и стамеску. Через несколько минут скорость корабля заметно увеличилась, и он легко ушёл от пиратов, которые, конечно, не обладали глубокими познаниями в физике. Что сделал капитан?

Предлагая эту задачу своим ученикам, я всегда напоминал им о юмористическом характере задачи. Однако большинство из них тут же забывали о моём совете и вносили огромное количество самых разных идей её решения.

Но... только шуточный подход помог справиться с этой нелёгкой задачей. Приведу полностью решение, опубликованное ранее в журнале «Знание – сила»:

«Капитан торгового судна оказался, действительно, очень хитрым. Он вспомнил, что при расчётах равнодействующую всех сил сопротивления прикладывают к одной определённой точке. Капитан определил, где находится эта точка, спустился в трюм и выпилил её из корпуса корабля. Тем самым оказалось, что сила приложена к пустоте и не может тормозить движение корабля. Корабль быстро помчался вперёд, обгоняя пиратов».

Джентльменский набор олимпиадника

Настало время подвести итог нашего урока.

Решено шесть задач. Какие же основные приёмы можно положить в нашу олимпиадную копилку, которую мы будем впредь называть «*Джентльменским набором олимпиадника*»? Перечислим их:

1) метод обратимости;

2) проверка на частный случай;

3) графический метод;

4) переформулировка условия задачи;

5) метод подобия.

На следующих уроках копилка будет непременно пополняться новыми красивыми способами. А в качестве тренировки рекомендуем нашим читателям поразмышлять над задачами для самостоятельного решения. На с. 50 и 62 журнала имеются *подсказки, указания и ответы*. Только не торопитесь сразу заглядывать в подсказки, лучше ещё раз обратитесь к задачам, разобранным выше.

До встречи на следующем уроке!

Задачи для самостоятельного решения

1. С воздушного шара, находящегося на большой высоте, опускают без начальной скорости мяч для большого тенниса. Мяч падает на землю и упруго отскакивает. Найдите его ускорение сразу после отскока.

2. Необходимо поставить в небольшой «просвет» между вереницей автомашин, стоящих вдоль тротуара, ещё одну. Как следует заезжать в «просвет»: передним или задним ходом, если поворачиваются только передние колёса?

3. Велосипедист легко развивает силу тяги 100 Н. Сила трения не превышает 50 Н. Казалось бы, за несколько часов велосипедист может достичь второй космической скорости. Однако это ещё никому не удавалось. Почему?

4. Локомотив находился на расстоянии 400 м от светофора и имел скорость 54 км/ч, когда началось торможение. Определите положение локомотива относительно светофора через 1 минуту после начала торможения, если он двигался с ускорением 0,3 м/с^2.

5. Великан и лилипут устроили соревнование: кто больше подтянется на перекладине. Кто выиграет и почему?

6. Беспризорник умеет из трёх окурков делать одну папиросу. В одной из урн он отыскал 12 окурков. Сколько папирос ему удалось выкурить?

Список литературы

1. *Гнедиг П., Хоньек Д., Райли К.* Двести интригующих физических задач (Библиотечка «Квант». Вып. 90). – М.: Бюро Квантум, Техносфера, 2005.
2. *Буздин А.И., Зильберман А.Р., Кротов С.С.* Раз задача, два задача. (Библиотечка «Квант». Вып. 81). – М.: Наука, 1990.
3. Клуб ЛЭФ. Задачи-шутки. // Знание – сила. 1970. № 3. С. 21, 48.
4. Физики продолжают шутить. – М.: Мир, 1968.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Твёрдая позиция

Во время лекции профессор, сформулировав теорему, произнёс:

– Доказательство очевидно.

Один из студентов всё же спросил:

– А почему оно очевидно?

Профессор задумался, внимательно прочитал написанное и через минуту твёрдо заявил:

– Да, всё верно. Доказательство очевидно.

И продолжил лекцию.

Итог

В итоге для создания солидно звучащей композиции достаточно лишь секвенсора и программ-синтезаторов. Если используется сэмплер, то для него нужны саундбанки и, соответственно, место на жёстком диске. При этом все требуемые для композиции сэмплы должны грузиться в оперативную память, дабы при воспроизведении нужные аудиофайлы стартовали без ощутимой задержки. Для этого нужна оперативка хотя бы 8 ГБ.

Единственное, что нужно композиторам, помимо компьютера, – MIDI-клавиатура, сколь угодно простая. Хотя и без неё вполне можно обойтись, рисуя прямоугольнички в MIDI-редакторе мышкой при помощи волшебного инструмента «карандаш»…

Иванов Сергей, *студент факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова*

Ответы и указания к задачам

1. $a = 2g = 20$ м/с^2. *Указание.* Перед ударом мяч движется равномерно.
2. Задним ходом.
3. Сила давления велосипедиста на педали уменьшается с ростом его скорости; при достижении максимальной скорости эта сила становится равной нулю.
4. 25 м от светофора, если локомотив в течение последних десяти секунд не двигался.
5. Лилипут.
6. *Указание*. Беспризорник может попросить окурок в долг у своего товарища.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Блиц-ответы

– Почему во время снегопада становится теплее?
– Потому что тучи укутывают небо.

– Какие существуют источники тока?
– Аккумуляторы и гальванометры.

– В честь кого единица электрического напряжения названа вольтом?
– В честь Вольтметра.

$$n^x \bmod m = \left(\frac{n^k}{a}\right) a n^{x-k} \bmod a\left(\frac{m}{a}\right) =$$

$$= n^k\left[n^{x-k} \bmod \left(\frac{m}{a}\right)\right] \bmod m.$$

При этом n и m / a взаимно простые и можно перейти к вычислению степени по модулю функции Эйлера от модуля. Кроме того, $k \le \log_2 m$, поэтому случай $x < k$ может быть рассмотрен за $O(\log m)$ операций.

Кроме того, данные рассуждения могут быть доведены до следующей леммы: пусть $x \ge \log_2 m$, тогда

$$n^x \bmod m = n^{\varphi(m) + x \bmod \varphi(m)} \bmod m,$$

где $\varphi(m)$ – функция Эйлера от m. Для того чтобы получить решение исходной задачи, обратим внимание на то, что функция Эйлера за $O(\log n)$ шагов превратится в 1, что позволяет нам отвечать на запросы за $O\left(\log^2 \mathrm{MAX}\right)$.

Материал подготовил ***Марданов Сергей****,*
директор по связям с университетами, Mail.Ru Group.

Подсказки к задачам

1. Обратите внимание на то, что высота падения велика, а значит, пренебрегать сопротивлением воздуха нельзя.

2. Примените метод обратимости.

3. Вспомните, как вы катались на велосипеде: в каком случае удаётся давить на педаль с большей силой – при малой или большой скорости?

4. Эта задача – проверка на внимание: посмотрите, не рассматривалась ли на уроке подобная задача.

5. Используйте метод подобия.

6. К решению этой задачи надо подходить с известной долей юмора. Добавлю также, что эта задача предлагалась на XV Московской экономико-математической олимпиаде, проведённой на экономическом факультете МГУ в 1992 году.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Блиц-ответы

– Как связана сила тока в электрической цепи с проходящими в ней зарядами?
– Заряды толкают электрический ток так, что увеличивают силу тока.

– Для чего служит компас?
– Он указывает, где север, где юг, где восток, где ... Владивосток.