Бондаров Михаил Николаевич
Учитель физики лицея №1501 и ГОУ ЦО «Технологии обучения» г. Москвы.

По горячим следам ЕГЭ-2010. Физика

11 июня 2010 года по всей России проводился единый государственный экзамен (ЕГЭ) по физике. Участниками были выпускники 11-х классов школ. В статье разобраны некоторые типы задач частей С и В экзаменационных заданий в форме обсуждения их решений учениками и учителем. Надеемся, что эта статья даст начало дальнейшей дискуссии по различным аспектам ЕГЭ.

Этим тёплым июньским вечером в самом центре городского парка Анатолий Иванович оказался не случайно: он знал, что сюда придут после сдачи ЕГЭ по физике его ученики, чтобы обменяться впечатлениями от экзамена. Придут в парк и будущие 11-классники...

Учитель не ошибся: издалека были слышны возгласы спорящих.

«О чём шумите, братцы?» – спросил он ребят.

«Да вот обсуждаем один из типов сегодняшних задач части С. В этой задаче заряженный шарик движется сразу в двух полях – электростатическом и гравитационном».

Один из учеников достал листок, на котором после экзамена записал по памяти условие.

Задача 1. Полый шарик массой m = 0,4 г с зарядом q = 8 нКл движется в горизонтальном однородном электрическом поле с напряжённостью E = 500 кВ/м. Какой угол образует с вертикалью траектория, если его начальная скорость равна нулю?

«Ну что ж, выкладывайте ваши версии», – предложил учитель.

«Мы рассуждали так, – начал Олег. – При нулевой начальной скорости шарик будет двигаться в направлении вектора ускорения. Если отключить электрическое поле, оставив только гравитацию, то шарик полетит вертикально вниз с ускорением g. Если же каким-то образом убрать гравитацию (например, перенеся шарик с полем подальше от Земли и планет), то шарик будет двигаться вдоль линий напряжённости с ускорением $a = qE/m$. При наличии обоих полей траекторией шарика будет прямая, направленная вдоль вектора равнодействующей силы тяжести и электрической силы (рис. 1).

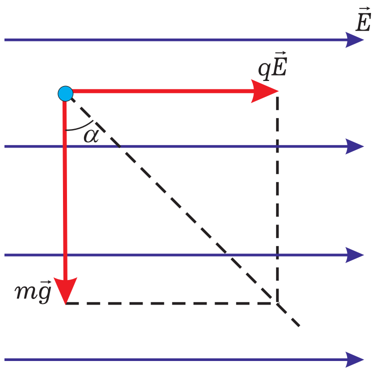


Рис. 1

Из рисунка легко определить тангенс угла наклона траектории к вертикали:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{qE}{mg}.$$

Подстановка числовых данных даёт

$$\mathrm{tg}\,\alpha = 1.$$

Откуда ясно, что искомый угол равен 45°.

Ответ: 45°».

«Очень хорошо, – сказал Анатолий Иванович, – а почему же вы так яростно спорили?»

«В условии сказано, что шарик полый. Почему это важно?»

«Это действительно интересно, – заметил учитель. – Попробуем разобраться. Давайте прикинем, каким должен быть радиус шарика, если он окажется сплошным. Кстати, а не было ли сказано в условии, что шарик проводящий? Не помните? Предположим всё же, что это так и что шарик сделан из меди, плотность которой $\rho = 8{,}9$ г/см^3. Тогда можно найти его объём:

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

С другой стороны, объём шара определяется по формуле

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Из этих соотношений определим радиус шарика:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} \approx 0{,}22 \text{ см} = 2{,}2 \text{ мм}.$$

Теперь же, зная из условия задачи заряд шарика $q = 8$ нКл, найдём напряжённость электрического поля, созданного этим зарядом вблизи поверхности шарика:

$$E = k\frac{q}{r^2},$$

где $k = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2. Расчёт даёт $E \approx 15\cdot10^6$ В/м». Анатолий Иванович сделал многозначительную паузу.

«Это много?» – спросили ребята.

«Смотря с чем сравнивать. Известно, что при значении напряжённости электрического поля $E_0 = 3\cdot10^6$ В/м воздух перестаёт быть надёжным изолятором, и в нём происходит искровой разряд. Вот этого-то, видимо, опасались составители задачи, поэтому и решили сделать шарик полым, увеличив тем самым его радиус».

Анатолий Иванович остановился, задумчиво посмотрел на окруживших его ребят и вновь спросил у них: «А какая задача части С была, на ваш взгляд, самая лёгкая?»

Здесь мнения вернувшихся с экзамена разделились: одни считали, что это С2, другие называли С6.

«Ну что ж, начнём по порядку, с С2, – предложил учитель. – Кто помнит условие?»

Руку, как будто он был не в парке, а на уроке, поднял Кирилл: «Я хорошо запомнил условие и могу начертить рисунок».

Задача 2. При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по трамплину под действием силы тяжести, начиная движение из состояния покоя с высоты H (рис. 2). На краю трамплина скорость гонщика направлена под таким углом к горизонту, что дальность его полёта максимальна. Пролетев по воздуху, гонщик приземлился на горизонтальный стол, находящийся на той же высоте, что и край трамплина. Каково время полёта? Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.

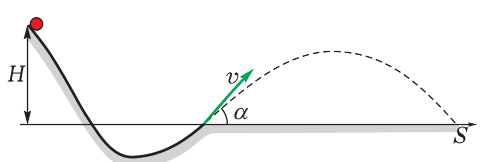


Рис. 2

«Я решал эту задачу стандартным способом, – продолжил Кирилл. – Сначала учёл, что трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь. Поэтому можно использовать закон сохранения механической энергии

$$mgH = \frac{mv^2}{2},$$

откуда конечная скорость гонщика на краю трамплина

$$v = \sqrt{2gH}. \qquad (1)$$

Эта же скорость будет начальной для дальнейшего полёта гонщика по параболе. Время полёта равно удвоенному времени подъёма до верхней точки траектории:

$$t = \frac{2v\sin\alpha}{g}, \qquad (2)$$

где угол $\alpha = 45^\circ$, так как по условию задачи дальность полёта гонщика максимальна. Затем, подставив выражение (1) в (2) и учитывая, что $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим искомый результат:

$$t = 2\sqrt{\frac{H}{g}}.$$

Ответ: $2\sqrt{\frac{H}{g}}$».

«Задача действительно не сложная, – подвёл итог Анатолий Иванович. – Перейдём к задаче С6».

«Можно мне? – предложил Дима. – Мы решали подобные задачи на уроках, поэтому больших трудностей задача не вызвала».

Задача 3. Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода $\lambda_0 = 290$ нм. При облучении катода светом с длиной волны λ фототок прекращается при напряжении между анодом и катодом $U = 1{,}9$ В. Определите длину волны λ.

Решение. Дима записал три основных выражения: уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}, \qquad (3)$$

условие связи красной границы фотоэффекта и работы выхода:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A \qquad (4)$$

и уравнение, связывающее задерживающее напряжение и максимальную кинетическую энергию электронов:

$$\frac{mv^2}{2} = eU. \qquad (5)$$

«Решая систему уравнений (3), (4) и (5), я получил выражение для искомой длины волны:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + \dfrac{eU\lambda_0}{hc}} \approx 200 \text{ нм»}, \text{ –}$$

завершил решение Дима.

Ответ: 200 нм.

«Давайте обсудим теперь самые сложные задачи», – попросили ребята. Условие задачи С4 запомнилось многим. Вот один из вариантов задачи данного типа.

Задача 4. По гладкой горизонтальной направляющей длины $2l$ может свободно скользить бусинка с положительным зарядом $Q > 0$ и массой m. На концах направляющей находятся положительные заряды $q > 0$ (рис. 3). Бусинка совершает малые колебания относительно положения равновесия, период которых равен T. Чему будет равен период колебаний бусинки, если заряды на концах направляющей увеличить в 2 раза?

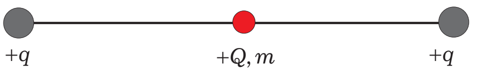


Рис. 3

Оказалось, что эту задачу Коля и Аня решали по-разному. Коля использовал динамический метод решения.

Решение Коли. В условии явно не сказано, закреплены или нет заряды, расположенные на концах направляющей. Скорее всего, посчитал Коля, они закреплены, иначе задача переходит в разряд олимпиадных, так как колебаться будут все три заряда. По словам Коли, он потратил совершенно бездарно минут 10–15 на обдумывание вопроса о закреплённости крайних зарядов, пытаясь угадать, что задумали составители задачи. Перейдём к решению.

Пусть бусинка сместилась на небольшое по сравнению с l расстояние x. Тогда на неё со стороны крайних зарядов действует возвращающая сила

$$F_x = k\frac{qQ}{(l+x)^2} - k\frac{qQ}{(l-x)^2}.$$

Произведём преобразования этого выражения, учитывая малость x $(|x| << l)$:

$$F_x = kqQ\frac{(l-x)^2 - (l+x)^2}{(l+x)^2(l-x)^2} =$$

$$= -kqQ\frac{4lx}{(l+x)^2(l-x)^2} \approx -k\frac{4qQ}{l^3}x.$$

Теперь видно, что возвращающая сила пропорциональна смещению x. Из второго закона Ньютона

$$ma_x = -k\frac{4qQ}{l^3}x$$

следует, что ускорение бусинки пропорционально смещению. При такой зависимости бусинка совершает гармонические колебания, период которых

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{4kqQ}}.$$

Если заряды на концах направляющей увеличить вдвое: $q_1 = 2q$, то отношение нового и прежнего периодов станет равным

$$\frac{T_1}{T}=\sqrt{\frac{q}{q_1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Таким образом, искомый период $T_1=\frac{T}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{T}{\sqrt{2}}$.

Аня рассказала ребятам, что выбрала иной, энергетический метод решения для этой задачи не случайно: незадолго до экзамена она прочитала в 5-м номере журнала «Потенциал» за 2010 год статью о применении этого способа к решению задач на определение периода колебаний механической системы. Она с гордостью сообщила, что смогла использовать этот метод в ситуации, о которой в статье не было написано.

Решение Ани. Пусть мгновенное положение бусинки при колебаниях характеризуется координатой x (ось Ox направлена горизонтально, а начало координат совмещено с положением равновесия бусинки). Тогда полная энергия бусинки в этом положении равна

$$W=\frac{mv^2}{2}+k\frac{Qq}{l+x}+k\frac{Qq}{l-x}.$$

Так как в колебательной системе отсутствуют энергетические потери, то полная энергия сохраняется, и её производная по времени равна нулю. Следовательно:

$$\left(\frac{mv^2}{2}\right)'+\left(k\frac{Qq}{l+x}\right)'+\left(k\frac{Qq}{l-x}\right)'=0. \quad (6)$$

Известно, что производную координаты бусинки x по времени можно представить через её мгновенную скорость в данный момент времени: $v(t)=x'(t)$. Используя это равенство и находя три производные в (6), получим

$$\frac{m}{2}2x'x''-kQq\frac{1}{(l+x)^2}x'+$$

$$+kQq\frac{1}{(l-x)^2}x'=0.$$

Заметим, что производную от полной энергии по времени здесь следует брать как производную сложной функции, так как в выражение для полной энергии время входит не явно, а только лишь через функцию зависимости координаты от времени $x=x(t)$.

Вынесем за скобки общий множитель x':

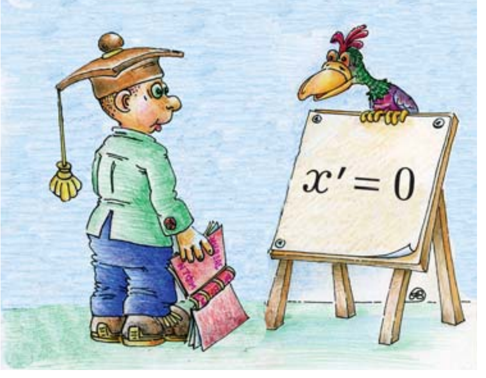
$$x'\left(\frac{m}{2}2x''-kQq\frac{1}{(l+x)^2}+kQq\frac{1}{(l-x)^2}\right)=0.$$

Откуда получаем

$$x'=0$$

или

$$\frac{m}{2}2x''-kQq\frac{1}{(l+x)^2}+kQq\frac{1}{(l-x)^2}=0.$$



Интересующим нас колебаниям отвечает второе уравнение. Произведём преобразования, доказывающие, что данное уравнение приводится к уравнению свободных гармонических колебаний:

$$mx''+kQq\left(\frac{1}{(l-x)^2}-\frac{1}{(l+x)^2}\right)=0,$$

$$mx''+kQq\frac{(l+x)^2-(l-x)^2}{(l-x)^2(l+x)^2}=0,$$

$$mx'' + kQq\frac{2l\cdot 2x}{(l-x)^2(l+x)^2} = 0\,,$$

$$mx'' + \frac{4kQq}{l^3}x = 0 \Rightarrow x'' + \frac{4kQq}{ml^3}x = 0.$$

В последнем преобразовании, как и в динамическом способе, было учтено, что $|x| << l$.

Известно, что множитель, стоящий при координате x, представляет собой квадрат круговой частоты колебаний ω_0^2. В данном случае $\omega_0^2 = \frac{4kQq}{ml^3}$. Теперь легко найти период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{4kQq}}.$$

Дальше поступаем так же, как в первом, динамическом способе.

Ребята внимательно следили за ходом рассуждений Коли и Ани и изрядно устали, да и вечер давно вступил в свои права. Пора расходиться – решили ребята. Но ведь осталось так много неразобранного! И каждый хотел поделиться своим способом решения задачи из своего варианта и выяснить, правильное или нет у него решение. Решили встретиться на следующий день.

Оставим ребят в ожидании заслуженных высоких баллов за их экзаменационные работы. В заключение приведём ещё три задачи, встретившиеся ученикам Анатолия Ивановича, из различных вариантов ЕГЭ по физике этого года: первые две из них – из части С, последняя – из части В.

Задача 5. В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится одноатомный идеальный газ. Первоначальное давление газа $p_1 = 4\cdot 10^5$ Па. Расстояние от дна сосуда до поршня L = 30 см. Площадь поперечного сечения поршня равна S. В результате медленного нагревания газ получил количество теплоты $Q = 1{,}65$ кДж. При этом поршень некоторое время покоился, а потом медленно сдвинулся на расстояние $x = 10$ см. При движении поршня на него со стороны стенок сосуда действует сила трения $F_{тр} = 3\cdot 10^3$ Н. Найдите S. Считать, что сосуд находится в вакууме.

Решение. На поршень в горизонтальном направлении действуют две силы: сила давления газа $\vec{F}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 4).

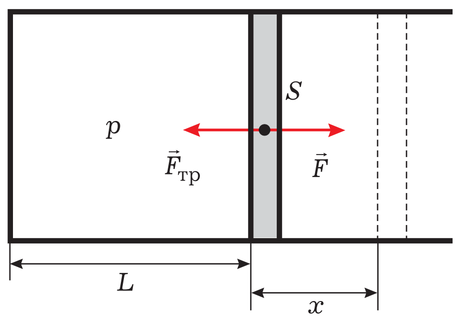


Рис. 4

Поскольку вначале поршень некоторое время покоился, а лишь затем медленно сдвинулся, первоначальная сила давления газа была меньше максимальной силы трения покоя. Когда же газ нагрелся, его давление возросло до величины p_2, сила давления сравнялась с силой трения, и поршень начал медленно двигаться. При этом

$$p_2 S = F_{тр}.$$

Таким образом, газ участвует в двух процессах: сначала – изохорное нагревание, а затем – изобарное расширение при давлении p_2. По первому закону термодинамики полученное газом количество теплоты

$$Q = \Delta U + A, \qquad (7)$$

где изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа

$$\Delta U = U_3 - U_1 = \frac{3}{2}\nu R T_3 - \frac{3}{2}\nu R T_1. \quad (8)$$

Здесь T_1 и T_3 – начальная и конечная температуры. Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$p_1 SL = \nu R T_1, \quad (9)$$

$$p_2 S(L+x) = \nu R T_3. \quad (10)$$

Работа газа при движении поршня

$$A = p_2 Sx = F_{тр} x. \quad (11)$$

Решая совместно уравнения (7) – (11), получим

$$Q = \frac{3}{2}F_{тр}(L+x) - \frac{3}{2}p_1 SL + F_{тр}x.$$

Отсюда находим искомую площадь поршня.

Ответ:

$$S = \frac{1}{p_1}\left[F_{тр}\left(1+\frac{5}{3}\frac{x}{L}\right) - \frac{2}{3}\frac{Q}{L}\right] = 25 \text{ см}^2.$$

Задача 6. Горизонтальный проводящий стержень прямоугольного сечения поступательно движется с ускорением вверх по наклонной плоскости в вертикальном однородном магнитном поле (рис. 5). По стержню протекает ток I. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Отношение массы стержня к его длине $\frac{m}{L} = 0{,}1$ кг/м. Модуль индукции магнитного поля $B = 0{,}2$ Тл. Ускорение стержня $a = 1{,}9$ м/с^2. Чему равна сила тока в стержне?

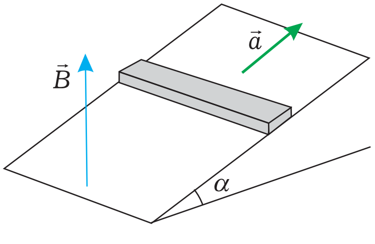


Рис. 5

Краткое решение. На стержень с током действуют три силы: сила тяжести, направленная вертикально вниз; сила реакции опоры, направленная перпендикулярно наклонной плоскости; сила Ампера, направленная горизонтально и вызывающая движение стержня вверх. Можно найти и направление тока в стержне, но в дальнейшем это не понадобится. В условии, по-видимому, забыли сказать, что силой трения при движении стержня можно пренебречь. В противном случае задача не решается! Жаль, если по этой причине экзаменующиеся потеряли время или даже не смогли решить задачу.

Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекциях на направление ускорения:

$$ma = IBL\cos\alpha - mg\sin\alpha.$$

Отсюда находим искомую силу тока.

Ответ: $I = \dfrac{m}{L}\dfrac{(a + g\sin\alpha)}{B\cos\alpha} \approx 4$ А.

Задача 7. На последнем километре тормозного пути скорость поезда при торможении с постоянным ускорением уменьшилась на 10 м/с. Определите время торможения, если скорость в начале тормозного пути была 72 км/ч.

Решение. К сожалению, это пример задачи, когда можно неверно понять условие.

Пусть поезд начал тормозить в точке A, а остановился в точке C. Последний километр – это участок $BC = S = 1$ км, являющийся только частью всего тормозного пути AC. Скорости в точках A и B равны $v_A = 72$ км/ч и $v_B = 10$ м/с. Обозначим через a модуль ускорения поезда. Требуется найти время движения t на участке AC. Имеем

$$v_A = at, \quad v_B^2 = 2aS.$$

Отсюда $t = \dfrac{2Sv_A}{v_B^2} = 400$ с.

Заметим, что задачу можно решить и графически.

Ответ: 400 с.