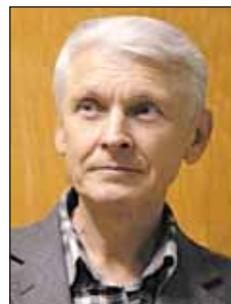


**Чивилёв Виктор Иванович**

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ). Заслуженный работник высшей школы, заместитель председателя научно-методического совета Заочной физико-технической школы (ЗФТШ) при МФТИ, член жюри Всероссийской олимпиады школьников по физике.



## Сила натяжения

В статье разъяснено понятие силы натяжения нити (верёвки, каната). Рассмотрены случаи невесомой нити и массивного каната. Приведены примеры решения задач.

### 1. Что такое сила натяжения

В механике есть понятие *сила натяжения нити* (верёвки, каната). Проясним и уточним это понятие. Разберём, почему у невесомой нити сила натяжения во всех поперечных сечениях одна и та же, а у массивного каната не обязательно.

*А* называется сила взаимодействия соприкасающихся в этом сечении кусков нити (верёвки, каната). Для ситуации, изображённой на рис. 1, сила натяжения нити в сечении



Рис. 1

сечении *A* есть сила взаимодействия кусков *AB* и *AC*. По третьему закону Ньютона эти куски действуют друг на друга с равными по модулю и противоположными по направлению силами.

Говорят, что на кусок *AB* в сечении *A* действует сила натяжения нити  $\vec{T}_1$  (рис. 2). Это означает, что на кусок *AB* действует кусок *AC* с силой  $\vec{T}_1$ . Аналогично для куска *AC*. Говорят, что на кусок *AC* в сечении *A* действует сила натяжения нити  $\vec{T}_2$  (рис. 2). Под этим понимается, что на *AC* действует *AB* с силой  $\vec{T}_2$ . По



Возьмём, например, находящийся на столе брусок и будем прикладывать силу  $\vec{F}$  к нити *KP*, привязанной к бруску (рис. 1). Брусок будет двигаться с ускорением, или двигаться равномерно, или даже покоиться. В любом случае *силой натяжения нити* (верёвки, каната) в сечении

третьему закону Ньютона модули сил  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$  равны:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T.$$

Здесь через  $T$  обозначен модуль сил  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ , называемый обычно просто силой натяжения нити.

Ясно, что приведённое определение силы натяжения нити (верёвки,

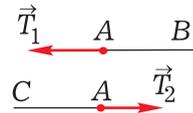


Рис. 2

каната) справедливо не только для случая, изображённого на рис. 1, но и в любых других случаях, когда с помощью нитей воздействуют на тела.

## 2. Сила натяжения невесомой нити

Под невесомой нитью понимают нить, массой единицы длины которой можно пренебречь. Покажем, что *при воздействии невесомой нити на тело (или несколько тел) сила натяжения нити одинакова во всех поперечных сечениях нити.* Пусть произвольный участок нити  $CB$  (рис. 3) движется с ускорением  $\vec{a}$  (например, в случае, изображённом на рис. 1). На участок  $CB$  действуют силы натяжения  $\vec{T}_B$  и  $\vec{T}_C$ . Покажем,

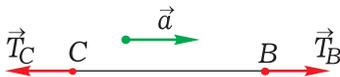


Рис. 3

что модули этих сил равны, т.е.  $T_B = T_C$ . По второму закону Ньютона

$$T_B - T_C = m_{CB}a.$$

Поскольку масса участка  $CB$   $m_{CB} = 0$ , то  $T_B = T_C$  при любом ускорении  $a$ . Итак, показано, что в произвольных точках  $C$  и  $B$  нити силы натяжения одинаковы, что означает постоянство силы натяжения по всей длине нити.

А как быть, если невесомая нить не прямолинейная, например, из-за блока, через который она перекинута? При этом блок может вращаться, а его ось перемещаться. *Если трение в оси блока пренебрежимо*



*мало и блок невесом, то силы натяжения перекинутой через блок нити одинаковы по обе стороны блока.* Доказательство приводить не будем. Скажем только, что доказать это утверждение можно, применив закон сохранения энергии к блоку (точнее, теореме об изменении кинетической энергии: работа всех сил над блоком равна изменению его кинетической энергии).

### 3. Сила натяжения массивного каната

Пусть есть массивный канат (веревка), с помощью которого воздействуют на какое-нибудь тело. По сравнению с нитью *сила натяжения каната не обязательно одинакова во всех его поперечных сечениях*. Приведём пример. Будем перемещать по горизонтальной поверхности гладкого стола ящик с ускорением  $\vec{a}$ , прикладывая к канату некоторую силу  $\vec{F}$  (рис. 4). Покажем, что сила натяжения в сечении  $B$  превышает силу натяжения в сечении  $C$  на величину  $m_{CB}a$ , где  $m_{CB}$  – масса участка  $CB$  каната.



Рис. 4

На участок  $CB$  каната (рис. 5) действуют сила тяжести  $m_{CB}\vec{g}$ , сила нормального давления со стороны

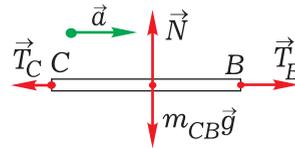


Рис. 5

стола  $\vec{N}$  и силы натяжения  $\vec{T}_B$  и  $\vec{T}_C$  со стороны соседних участков каната  $BP$  и  $CK$ . По второму закону Ньютона  $T_B - T_C = m_{CB}a$ .

Итак, сила натяжения массивного каната, находящегося на гладкой горизонтальной поверхности, в различных поперечных сечениях разная. Она будет одинаковой только при движении каната без ускорения, т.е. с постоянной скоростью.

При вертикальном или наклонном расположении каната сила натяжения в разных сечениях может отличаться не только из-за ускорения каната, но и из-за силы тяжести, действующей на все его участки.

### 4. Примеры решения задач

**Задача 1.** По гладкому горизонтальному столу тянут однородный канат, прикладывая силу  $F$  (рис. 6). Найти силу натяжения каната в точке (сечении)  $B$ . Известно, что  $AB=AC/3$ .



Рис. 6

**Решение.** Из второго закона Ньютона в применении ко всему канату массой  $m$  находим ускорение каната:

$$a = F / m.$$

Рассмотрим участок  $AB$  каната, движущегося с ускорением  $a$ . На него действуют сила тяжести  $mg/3$ , сила нормального давления со стороны стола  $N$  и сила натяжения  $T_B$  со сто-

роны участка  $BC$  (рис. 7). Запишем уравнение второго закона Ньютона для участка  $AB$  в проекциях на на-

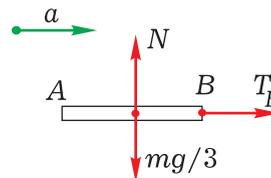


Рис. 7

правление ускорения:

$$T_B = \frac{m}{3}a.$$

С учётом выражения для  $a$  находим силу натяжения в точке  $B$ :

$$T_B = \frac{F}{3}.$$

**Задача 2.** Ведро массой  $m_1 = 5$  кг поднимают вертикально вверх с помощью однородной верёвки массой  $m_2 = 1$  кг, привязанной одним концом к ведру. Найти силу натяжения  $T$  верёвки в её середине в тот момент, когда ускорение ведра  $a = 0,2g$  и направлено вертикально вверх.

**Решение.** По второму закону Ньютона для ведра с нижней половиной верёвки

$$T - (m_1 + \frac{m_2}{2})g = (m_1 + \frac{m_2}{2})a.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} T &= (m_1 + \frac{m_2}{2})(g + a) = \\ &= 1,2(m_1 + \frac{m_2}{2})g \approx 65 \text{ Н.} \end{aligned}$$



**Задача 3.** Однородный канат массой  $m = 1$  кг соединён с бруском массой  $2m$  лёгкой нитью, перекинутой через блок (рис. 8). Канат скользит вверх по поверхности горки, наклонённой под углом  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 0,8$ ) к горизонту. Коэффициент трения скольжения между горкой и канатом  $\mu = 0,2$ .

Найти силу натяжения каната в точке (сечении)  $B$ . Известно, что  $BC = \frac{AC}{4}$ .

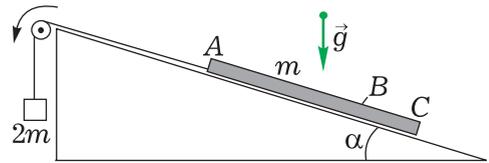


Рис. 8

**Решение.** Найдём сначала ускорение каната. На брусок действуют сила тяжести  $2mg$  и сила натяжения нити  $T$  (рис. 9). На канат действуют сила тяжести  $mg$ , сила натяжения нити  $T$ , сила нормального давления  $N$  и сила трения  $F_{\text{тр}}$ , причём

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Под действием этих сил брусок и канат движутся с ускорением  $a$ . Запишем уравнение второго закона Ньютона для бруска в проекциях на ось  $x_1$ , а для каната – в проекциях на оси  $x_2$  и  $y_2$ :

$$2mg - T = 2ma,$$

$$- mg \sin \alpha + T - \mu N = ma,$$

$$- mg \cos \alpha + N = 0.$$

Из полученных трёх уравнений находим ускорение:

$$a = \frac{2 - \sin \alpha - \mu \cos \alpha}{3} g.$$

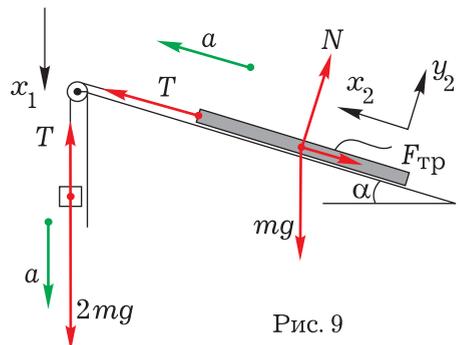


Рис. 9

Для нахождения силы натяжения в точке  $B$  удобно рассмотреть участок  $BC$  каната, движущийся с ускорением  $a$  (рис. 10). На участок  $BC$  действуют сила тяжести  $mg/4$ , сила натяжения  $T_B$  в сечении  $B$  со стороны участка каната  $AB$ , сила нормального давления  $N_1$  и сила трения  $F_{\text{тр}1}$ , причём

$$F_{\text{тр}1} = \mu N_1.$$

Запишем уравнение второго закона Ньютона для участка  $BC$  в проекциях на оси  $x_2$  и  $y_2$ :

$$\begin{aligned} -\frac{mg}{4}\sin\alpha + T_B - \mu N_1 &= \frac{m}{4}a, \\ -\frac{mg}{4}\cos\alpha + N_1 &= 0. \end{aligned}$$

Из последних двух уравнений с учётом выражения для  $a$  находим силу натяжения в точке  $B$ :

$$T_B = \frac{mg}{6}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha + 1) \approx 2,9 \text{ Н.}$$

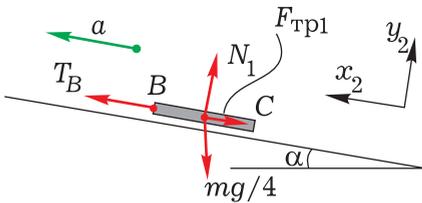


Рис. 10

**Задача 4.** Груз массой  $m$  прикреплен к концу однородного каната массой  $3m$  и длиной  $l$ . Другой конец каната прикреплен к вертикальной оси. Груз с канатом вращаются вокруг этой оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , скользя без трения по гладкой горизонтальной поверхности стола. Размер груза мал по сравнению с длиной каната. Найти силу натяжения каната на расстоянии  $l/3$  от оси.

**Решение.** Используя уравнение второго закона Ньютона для груза, можно показать, что канат и груз



действуют друг на друга с силой

$$F = m\omega^2 l.$$

На участок  $AB$  каната массой  $2m$  (рис. 11) действуют сила натяжения  $T$ , сила  $F$ , сила тяжести  $2mg$  и сила нормального давления  $N$  (со стороны стола). Центр масс  $C$  каната движется по окружности радиусом  $2l/3$  с центростремительным ускорением

$$a = \omega^2 \cdot \frac{2}{3}l.$$

По второму закону Ньютона (точнее, по теореме о движении центра масс) для участка  $AB$

$$T - F = 2m(\omega^2 \cdot \frac{2}{3}l).$$

Отсюда сила натяжения

$$T = F + \frac{4}{3}m\omega^2 l.$$

С учётом выражения для  $F$

$$T = \frac{7}{3}m\omega^2 l.$$

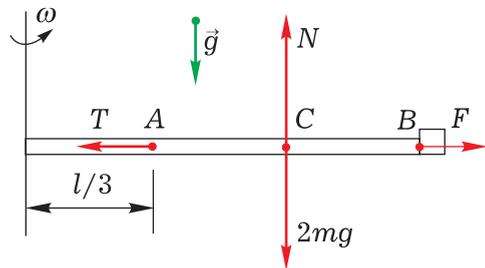


Рис. 11