

## ПРАКТИКУМ АБИТУРИЕНТА

# В начале было слово, или Что делать, когда задача не решается

М.БОНДАРОВ

КОГДА В ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ МНЕ НЕ УДАВАЛОСЬ решить задачу, иногда я шел за помощью к своим родителям. Независимо от условия задачи, их советы не отличались разнообразием. Мама каждый раз говорила: «Сходи и покушай!», папа советовал иначе: «Еще раз прочитай условие задачи!» Как это ни удивительно, обе рекомендации почти всегда помогали. Теперь я понимаю, что оба совета сводились к одному: к задаче имеет смысл вернуться еще раз, подкрепившись в прямом и переносном смысле. Повторное прочтение условия частенько позволяет заметить в нем то, что было упущено сначала.

В этой статье мы коснемся лишь некоторых способов работы с условием задачи, попытаемся научить находить в нем скрытые от неискушенного читателя подсказки, которые автор задачи посыпает тем, кто собирается ее решать. «*Sapienti sat*», — сказали бы в таком случае в Древнем Риме. Мы же выразим ту же мысль по-русски: «Умный поймет с полуслова».

Ну что ж, вступление закончено, давайте перейдем к конкретным примерам.

### Перевод единиц измерения

Начнем с мелочи, на которую, конечно же, надо обратить внимание. Это согласованность единиц измерения. Нередко школьные учителя советуют своим ученикам уже при записи «дано» сразу переводить единицы измерения в СИ. Совет, несомненно, дальний, но не универсальный. По-видимому, универсальных советов в решении физических задач, не существует. Практически к каждому, даже самому полезному, совету можно найти контрпример, демонстрирующий его бесполезность (а иногда даже вредность). И это замечательно. Представьте, как скучен был бы процесс решения задачи, если бы она решалась строго по алгоритму. Какая уж тут радость от находки пути ее решения?!

Обсудим вопрос о целесообразности перевода единиц измерения, рассмотрев известную школьную задачу.

**Задача 1.** При скорости 15 км/ч тормозной путь автомобиля составляет 1,5 м. Каким будет тормозной путь при скорости 90 км/ч, если торможение в обоих случаях происходит с одинаковым ускорением?

**Решение.** Сразу бросается в глаза несогласованность единиц измерения пути (м) и скорости (км/ч). Как поступить? Попробуем перейти в СИ: 90 км/ч = 25 м/с, 15 км/ч = 25/6 м/с. Как видим, появляется

несократимая обыкновенная дробь. Если переводить ее в десятичную, получится приближенное значение, что, естественно, неудобно. Постойте, а нужно ли вообще осуществлять перевод единиц в СИ в данной задаче?

Начнем решать задачу в общем виде. Для определения искомого тормозного пути  $s_2$  удобно использовать формулу

$$s_2 = \frac{v_2^2 - v_{02}^2}{-2a},$$

где  $v_{02} = 90$  км/ч — известная начальная скорость во втором случае,  $a$  — модуль ускорения автомобиля (он по условию одинаков в обоих случаях, а знак «минус» «отвечает» за торможение), конечная скорость  $v_2 = 0$ . О конечной скорости в условии явно не написано, но очевидно, что тормозной путь завершается остановкой в конце движения — вот первый в данной статье пример использования «скрытой» в тексте информации. Если теперь записать аналогичную формулу для тормозного пути  $s_1$  в первом случае:

$$s_1 = \frac{v_1^2 - v_{01}^2}{-2a},$$

где  $v_{01} = 15$  км/ч,  $v_1 = 0$ , то мы легко приходим к ответу в общем виде (например, поделив верхнее уравнение на нижнее):

$$s_2 = s_1 \frac{v_{02}^2}{v_{01}^2} = s_1 \left( \frac{v_{02}}{v_{01}} \right)^2 = 1,5 \text{ м} \left( \frac{90 \text{ км/ч}}{15 \text{ км/ч}} \right)^2 = 54 \text{ м}.$$

Мы видим, что перевод единиц в СИ в данной задаче действительно не понадобился. Таким образом, можно сформулировать *1-е правило работы с текстом задачи*: перевод единиц измерения в СИ нужно осуществлять не всегда, а только по мере необходимости. Отметим также и *2-е правило работы с текстом задачи*: в тексте условия полезно как-то выделить слова, хранящие некий скрытый от непрятательного взгляда смысл. Для удобства по ходу разбора задач начнем заполнять *таблицу* (она помещена в конце статьи), в которую будем заносить слова, таящие важный для решения физический смысл, и его расшифровку. Таким термином в первой задаче был *тормозной путь*.

### Начальные условия

Как известно, характер движения тел определяется не только действующими на него силами, но и начальными условиями. Например, тело, брошенное вертикально вниз, будет двигаться прямолинейно и равнотускоренно. Если же тело брошено вертикально вверх, то сначала оно будет тормозиться с постоянным по модулю ускорением, двигаясь вертикально вверх, а затем начнет разгоняться с тем же ускорением вниз. Изменив направление начальной скорости так, чтобы она была направлена под углом к горизонту, получим движение по параболе. Как видим, ускорение во всех случаях одинаково (при отсутствии сопротивления воздуха), а характер движения различен.

Попробуем на конкретных примерах показать, как может повлиять учет начальных условий на решение задачи.

**Задача 2.** Через какое время от начала движения точки, совершающая колебания по гармоническому закону, сместится от начального положения на половину амплитуды? Период колебаний 6 с.

**Решение.** Начинаем работать с условием по 2-му правилу. В первую очередь обращаем внимание на информацию о физических величинах: период  $T = 6$  с, смещение  $|x - x_0| = \frac{A}{2}$ . Что нам дают слова «колебания по гармоническому закону»? Так называют колебания, происходящие по закону синуса или косинуса. Что же выбрать: синус или косинус? Вновь обращаемся к условию: нужно найти время от начала движения. Точка начинает свое движение в одном из крайних положений. Для определенности, пусть в этот момент ее координата  $x_0 = A$ . Тогда гармонический закон примет вид:  $x = A \cos \omega t$ , где циклическая частота  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Теперь соберем все в одно уравнение:

$$|A \cos \omega t - A| = \frac{A}{2},$$

которое приводит к ответу:  $t = 1$  с.

**Задача 3 (НГУ).** Грузик подведен в точке D на трех одинаковых пружинах, закрепленных на горизонтальной линии в точках A, B, C, причем расстояние AB равно расстоянию BC и равно длине недеформированной пружины (рис.1). В положении равновесия  $\angle ADB = \angle BDC = \alpha = 30^\circ$ .

Внезапно пружина AD разорвалась. Найдите модуль и направление ускорения грузика сразу после разрыва. Массой пружин пренебречь.

**Решение.** Обозначим силы натяжения пружин AD и CD через  $F_1$  и  $F'_1$  соответственно, причем их модули одинаковы и равны  $F_1$ , а модуль силы натяжения  $F_2$  пружины BD равен  $F_2$  (рис.2). До разрыва пружины грузик неподвижен, поэтому из условия равновесия по вертикали следует

$$2F_1 \cos 30^\circ + F_2 = mg, \text{ или}$$

$$F_1 \sqrt{3} + F_2 = mg.$$

По закону Гука имеем

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_2 - l_0)}, \text{ или}$$

$$F_2 = (\sqrt{3} - 1)F_1,$$

поскольку  $l_1 = 2l_0$ ,  $l_2 = \sqrt{3}l_0$ . Тогда получим

$$F_1 = \frac{mg}{2\sqrt{3} - 1}.$$

Сразу после разрыва пружины AD ее сила упругости обратилась в ноль, зато силы упругости двух других пружин не могли измениться мгновенно, поэтому вектор ускорения будет определяться равнодействующей  $\vec{R}$  тех же сил  $m\vec{g}$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}'_1$ , которые существовали до разрыва

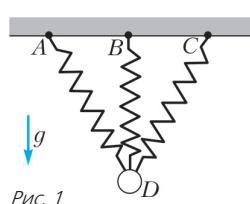


Рис. 1

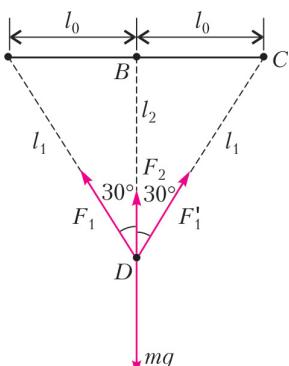


Рис. 2

(кроме исчезнувшей  $\vec{F}_1$ ). Однако мы не будем заниматься достаточно трудоемкой работой нахождения  $\vec{R}$ , а поступим проще. Вспомним, что до разрыва пружины векторная сумма четырех сил равнялась нулю, т.е. до исчезновения силы  $\vec{F}_1$  векторная сумма сил  $m\vec{g}$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}'_1$  компенсировала ее. Другими словами, равнодействующая  $\vec{R}$  была равна по модулю силе  $\vec{F}_1$  и направлена в противоположную сторону. Туда же и будет направлен вектор ускорения  $\vec{a}$  грузика сразу после разрыва пружины. И, наконец, с помощью второго закона Ньютона определяем модуль этого ускорения:

$$a = \frac{F_1}{m} = \frac{g}{2\sqrt{3} - 1} \approx 0,4 \text{ м/с}^2.$$

**Задача 4 (МИФИ, 1972).** К грузику массой  $m_1 = 10$  г, подвешенному с помощью двух нитей, из которых одна горизонтальна, а другая образует с вертикалью угол  $\alpha = 60^\circ$ , привязан на нити другой грузик массой  $m_2 = 20$  г (рис.3). Определите ускорение грузика массой  $m_2$  сразу после пережигания горизонтальной нити. Нити считать нерастяжимыми.

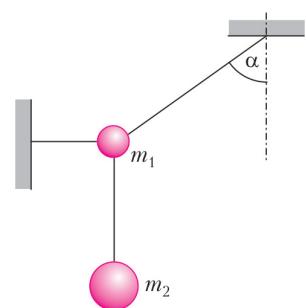


Рис. 3

**Решение.** В этой задаче наиболее сложным, по-видимому, является выяснение направления векторов ускорений грузиков сразу после пережигания нити. Начальный момент времени выбран не случайно – в этот момент ускорения тел определить можно наиболее просто, поскольку известны направления действующих на тела сил.

В момент пережигания горизонтальной нити скорость грузика массой  $m_1$  равна нулю, следовательно, он начнет двигаться по дуге окружности с ускорением  $\vec{a}_1$ , направленным по касательной к окружности (рис.4). На грузик массой  $m_2$  в начальный момент действуют только направленные по вертикали силы тяжести и натяжения нити, поэтому он приходит в движение с ускорением  $\vec{a}_2$ , направленным вертикально вниз. Запишем уравнения второго закона Ньютона для каждого грузика в проекциях на направления их ускорений:

$$m_1 a_1 = (m_1 g + T) \sin \alpha,$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - T,$$

где  $T$  – модуль силы натяжения нити, соединяющей грузики. Так как нить нерастяжима, ускорение нижнего грузика и вертикальная составляющая ускорения верхнего грузика одинаковы:

$$a_2 = a_1 \sin \alpha.$$

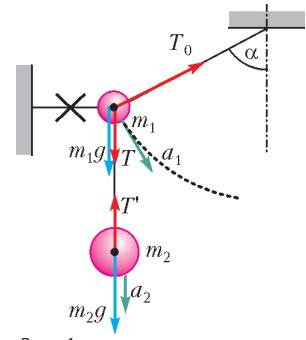


Рис. 4

Отсюда находим

$$a_2 = \left( g \sin^2 \alpha \right) \frac{\frac{m_1}{m_2} + 1}{\frac{m_1}{m_2} + \sin^2 \alpha} \approx 9 \text{ м/с}^2.$$

**Замечание.** Обратите внимание на существенное различие в поведении пружин и нитей в первый момент после серьезных изменений в состоянии системы. В то время как пружина в первое мгновение сохраняла свои свойства (ее натяжение мгновенно не менялось), идеальная нить вела себя иначе – она практически мгновенно изменяла силу натяжения, подстраиваясь под новые условия движения.

### Условие отрыва

Рассмотрим еще две задачи, в которых тело перестает испытывать действие одной из сил.

**Задача 5.** Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарику, чтобы он сделал полный оборот в вертикальной плоскости, если он висит на легкой нерастяжимой нити длиной  $l = 2 \text{ м}$ ?

**Решение.** В этом условии по меньшей мере четыре слова должны заставить задуматься, почему они включены в текст: *легкая нерастяжимая нить и минимальная скорость*. Давайте рассмотрим их по порядку. Нить *легкая*, следовательно, не будем учитывать массу; *нерастяжимая*, значит, когда шарик доберется до верхней точки, он поднимется на высоту  $h = 2l$ . *Минимальность* начальной скорости подразумевает наименьшую скорость в верхней точке. Мы ничего, вроде бы, не забыли, и пора приступить к математическому оформлению решения.

Будем считать, что в условии подразумевается отсутствие всех видов трения, поэтому выполняется закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_{0 \min}^2}{2} = mgh.$$

Отсюда находим искомую величину минимальной начальной скорости:

$$v_{0 \min} = 2\sqrt{gl}.$$

Однако при сверке этого ответа с приводимым в задачнике нас ждет неприятный сюрприз: ответы не сходятся!

Что же нами не учтено? Попробуем разобраться в физике происходящего процесса. Для этого представим, как шарик, двигаясь по окружности, приближается к верхней точке и на мгновение замирает там. Стоп: вот где ошибка! Шарик не может находиться там в покое: нить – это не стержень, способный при сжатии компенсировать действие на шарик силы тяжести. Мало того, при рассчитанной нами минимальной скорости шарик вообще не доберется до верхней точки на высоте  $2l$ , а пролетит ниже, соскочив с окружности в тот момент, когда сила натяжения нити станет равной нулю. И случится это, заметим, на высоте  $h = 5l/3$  (см., например, задачу 4 из упражнений в конце статьи). Выходит, что мы решали совсем другую задачу: о движении шарика, прикрепленного к *невесомому стержню*.

Вернемся, однако, к шарику *на нити*. Мы выяснили, что верхнюю точку шарик должен проходить на скорости так, чтобы сила натяжения нити раньше времени не стала

равной нулю. Зато в верхней точке (при *минимальной* начальной скорости) нить перестает быть натянута. Тогда центростремительное ускорение в верхней точке будет создаваться только силой тяжести. Записав для этого момента уравнение второго закона Ньютона в проекциях на вертикальную ось:

$$mg = m \frac{v^2}{l},$$

определен величину скорости  $v$  (для дальнейшего нам понадобится только ее квадрат) в верхней точке:

$$v^2 = gl.$$

Осталось лишь внести уточнение в первоначальную запись закона сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_{0 \min}^2}{2} = mg \cdot 2l + \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда находим искомую скорость:

$$v_{0 \min} = \sqrt{4gl + v^2} = \sqrt{5gl} = 10 \text{ м/с}.$$

**Узелок на память.** Подчеркнем еще раз различие случаев, когда шарик прикреплен к *стержню* и когда шарик прикреплен к *нити*.

**Задача 6** (ЕГЭ). Система из грузов массами  $m$  и  $M$  и связывающей их легкой нерастяжимой нити в начальный момент покоится в вертикальной плоскости, проходящей перпендикулярно оси закрепленной цилиндрической трубы (рис.5). Грузы находятся на горизонтальной прямой, пересекающей ось трубы. В ходе возникшего движения груз массой  $m$  отрывается от поверхности трубы в ее верхней точке  $A$ . Найдите массу  $M$ , если  $m = 100 \text{ г}$ . Размеры грузов ничтожно малы по сравнению с радиусом трубы. Трением пренебречь.

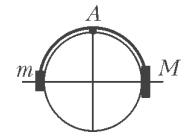


Рис. 5

**Решение.** Прежде чем приступить к непосредственному решению этой задачи, полезно задуматься над вопросом: каким может быть ответ? В условии из числовых величин задана только масса одного груза, а требуется найти массу другого. Значит, конечное выражение для  $M$  должно иметь вид  $M = km$ , где  $k$  – безразмерный коэффициент, который нам и предстоит найти в ходе решения. Другими словами, можно смело вводить нужные для записи уравнений физические величины, поскольку при правильном ходе решения они обязательно сократятся.

Теперь пора подумать о закономерностях, которым подчиняются происходящие в задаче процессы. Можно ли использовать закон сохранения механической энергии? Трением пренебрегаем, но ведь есть еще внешние силы, приложенные к грузам: это силы натяжения нити и силы реакции со стороны поверхности трубы. К счастью, силы реакции все время перпендикулярны направлению движения, значит, работы они не совершают. Сила натяжения, приложенная к грузу массой  $m$ , направлена вдоль его скорости и, следовательно, совершает положительную работу. А сила натяжения, действующая на груз массой  $M$ , направлена против его скорости, т.е. совершает отрицательную работу. Эти работы по модулю одинаковы: *нить нерастяжима* (модули скоростей грузов в

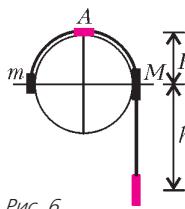


Рис. 6

любой момент времени одинаковы) и *невесома* (модули сил натяжения тоже одинаковы). Кроме того, нерастяжимость нити поможет найти высоту  $h$ , на которую опустится груз массой  $M$  (рис.6):

$$h = \frac{\pi R}{2},$$

где  $R$  – радиус трубы. Вот теперь можно уверенно использовать закон сохранения механической энергии:

$$0 = mgR + \frac{mv^2}{2} - Mg \frac{\pi R}{2} + \frac{Mv^2}{2},$$

где  $v$  – скорость каждого груза в *момент отрыва*. В этот момент груз массой  $m$  еще движется по окружности, значит, у него есть центростремительное ускорение  $a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$ . Оно вызывается только направленной вниз силой тяжести, поскольку груз уже перестал давить на опору, т.е. силы реакции нет, а сила натяжения нити направлена горизонтально. Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекциях на вертикальную ось:

$$mg = m \frac{v^2}{R}.$$

Из двух последних уравнений находим

$$M = m \frac{3}{\pi - 1} \approx 140 \text{ г.}$$

Как видим, наше предположение о том, что все введенные величины обязательно сократятся, подтвердилось.

### Экстремальные условия

В задаче 5 мы уже столкнулись с одним из экстремальных условий – с определением *минимальной* скорости. Значительно чаще в задачах бывает нужно найти *максимальные* значения физических величин.

**Задача 7 (ЕГЭ).** Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ . В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 2 : 1. Осколок большей массы первым упал на землю вблизи точки выстрела со скоростью  $v_1 = 2v_0$ . До какой максимальной высоты  $H$  поднялся осколок меньшей массы?

**Решение.** В точке максимального подъема снаряд на мгновение остановится на высоте  $h$ , которую легко найти из закона сохранения механической энергии:

$$\frac{Mv_0^2}{2} = Mgh, \text{ откуда } h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Здесь мы учли неявно прописанное в условии *пренебрежимо малое сопротивление воздуха*. Применим теперь закон сохранения импульса:

$$0 = mv_{01} - 2mv_{02},$$

где  $v_{01}$  и  $v_{02}$  – начальные скорости осколков сразу после разрыва снаряда. Теперь ясна связь между начальными скоростями осколков:

$$v_{01} = 2v_{02}.$$

Осколок большей массы упал на землю первым, значит,

он полетел вертикально вниз. Его скорость  $v_{02}$  (вернее, ее квадрат) определим из закона сохранения энергии:

$$2mgh + \frac{2mv_{02}^2}{2} = \frac{2m(2v_0)^2}{2}, \text{ откуда } v_{02}^2 = 4v_0^2 - 2gh = 3v_0^2.$$

Осколок меньшей массы полетит вверх, поднявшись от места разрыва снаряда на высоту

$$\Delta h = \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{4v_{02}^2}{2g} = 6 \frac{v_0^2}{g}.$$

Таким образом, *максимальная* высота  $H$  подъема осколка меньшей массы равна

$$H = h + \Delta h = \frac{13v_0^2}{2g} = 65 \text{ м.}$$

**Замечание.** Мы молчаливо предположили, что при разрыве снаряда в верхней точке вполне допустимо применение закона сохранения импульса. Однако здесь есть над чем поразмыслить (подробнее – в решении задачи 12).

**Задача 8.** На длинной нити висит тело массой  $M = 40 \text{ г}$ , в него попадает пластиковый шарик массой  $m = 10 \text{ г}$ , летящий в горизонтальном направлении со скоростью  $v_0 = 2 \text{ м/с}$ . На какую максимальную высоту поднимется система после удара?

**Решение.** Эта задача представляется, на первый взгляд, совершенно стандартной. Кажется очевидным, что система достигнет *максимальной высоты* в тот момент, когда тела остановятся. Однако не следует попадать в небольшую ловушку, расставленную автором этой задачи. Нельзя приравнивать начальную кинетическую энергию шарика и потенциальную энергию тел в момент их остановки, поскольку во время прилипания шарика часть механической энергии переходит во внутреннюю. Если это учесть, дальше все будет просто.

Запишем закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось:

$$mv_0 = (M+m)v,$$

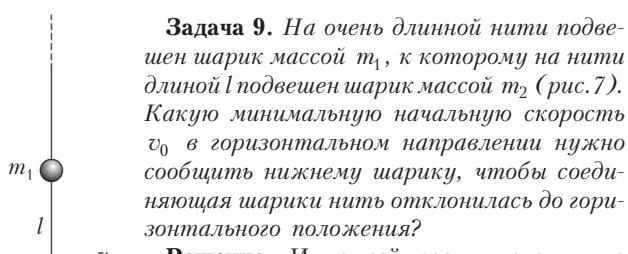
после чего можно использовать закон сохранения механической энергии:

$$\frac{(M+m)v^2}{2} = (M+m)gh.$$

Решая эту систему уравнений, находим максимальную высоту подъема:

$$h = \frac{m^2 v_0^2}{2g(M+m)} = 0,8 \text{ см.}$$

Вдумчивый читатель может заметить: а зачем же в условии сказано о том, что нить *длинная*? Оказывается, не случайно. Решая задачу, мы пренебрегали размерами висящего тела и шарика, считая их материальными точками. Насколько правомерно такое предположение? Чтобы ответить на этот вопрос, попробуем оценить размеры тел. Плотность пластилина примем равной  $1,5 \text{ г/см}^3$ , тогда объем шарика оказывается примерно  $7 \text{ см}^3$ , а его радиус – порядка 1 см. Из условия не известно, из чего сделано подвешенное на нити тело, однако ясно, что при массе 40 г его размер также порядка 1 см. Таким образом, длина нити действительно должна быть значительно больше этой величины.



**Решение.** И на сей раз в условии не случайно сказано о нити, что она **очень длинная**. Это означает, что при любом движении нижнего шарика скорость верхнего направлена горизонтально, в то время как длинная нить остается вертикальной. Тогда все действующие на систему из двух шариков внешние силы – сила натяжения длинной нити и силы тяжести шариков – оказываются направленными по вертикали и можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось  $x$ :

$$m_2 v_0 = (m_1 + m_2) v_x,$$

где  $v_x$  – проекция скорости второго шарика на эту ось, равная скорости первого шарика. Мы попутно учли **нерастяжимость** соединяющей шарики нити, хотя напрямую об этом в тексте не сказано. При записи закона сохранения механической энергии надо не забыть, что у второго шарика есть еще и вертикальная проекция скорости  $v_y$ :

$$\frac{m_2 v_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_x^2}{2} + \frac{m_2 v_y^2}{2} + m_2 g l .$$

Но **минимальности** начальной скорости соответствует остановка второго шарика по вертикали:  $v_y = 0$ . Поэтому окончательно получим

$$v_{0\min} = \sqrt{2gl \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} .$$

### Соударения тел

В заключение рассмотрим три задачи на столкновения тел. Хорошо известно, что при абсолютно упругих ударах можно использовать закон сохранения как энергии, так и импульса, а при абсолютно неупругих – только импульса. Однако при внешней простоте подходов к решениям в этих задачах таятся определенные тонкости. Некоторые из них мы и обсудим ниже.

**Задача 10** (Всероссийская олимпиада, 1994). Упругая шайба падает плашмя на горизонтальную абсолютно твердую поверхность таким образом, что в момент падения ее скорость равна  $v_0 = 4,5 \text{ м/с}$  и направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения скольжения между шайбой и поверхностью  $\mu = 0,5$ . На каком расстоянии от места падения шайба ударится о поверхность в пятый раз? Влиянием силы тяжести за время удара можно пренебречь.

**Решение.** В момент падения шайбы на нее действуют две взаимно перпендикулярные силы (влиянием силы тяжести пренебрегаем): направленная вертикально вверх вдоль оси  $y$  сила реакции опоры  $N$  и направленная горизонтально против оси  $x$  сила трения  $F_{\text{тр}}$  (рис.8). Импульс силы реакции опоры за время  $\Delta t$  изменяет проекцию импульса шайбы на ось  $y$ . Так как шайба упругая и поверхность **абсолютно твердая**, то модуль этой проекции после удара сохранится, а ее направление изменится на противоположное:

$$N \Delta t = \Delta p_y = 2mv_{0y} .$$

Изменение проекции импульса шайбы на ось  $x$  вызывает- ся импульсом силы трения:

$$-F_{\text{тр}} \Delta t = \Delta p_x = m(v_{1x} - v_{0x}) ,$$

где  $v_{1x}$  – проекция скорости шайбы на ось  $x$  сразу после первого удара. Учитывая, что  $F_{\text{тр}} = \mu N$ , имеем систему

$$N \Delta t = 2mv_{0y} ,$$

$$\mu N \Delta t = m(v_{0x} - v_{1x}) .$$

Разделив второе уравнение этой системы на первое, получим

$$v_{1x} = v_{0x} - 2\mu v_{0y} = v_0 (\cos \alpha - 2\mu \sin \alpha) .$$

Выражение в скобках определяет характер движения шайбы после первого соударения с поверхностью. Если оно больше нуля, шайба после отскока продолжает движение по горизонтали. А как будет двигаться шайба, если  $\cos \alpha - 2\mu \sin \alpha < 0$ ? Физический смысл таков: очевидно, что шайба не станет двигаться назад, против оси  $x$ , она только погасит до нуля горизонтальную проекцию скорости и начнет просто подпрыгивать по вертикали.

Произведем расчет: при первом ударе  $\cos \alpha - 2\mu \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{2} > 0$ , значит, шайба продолжит движение вправо. Найдем теперь проекцию скорости шайбы после второго удара:

$$v_{2x} = v_{1x} - 2\mu v_{0y} = v_{0x} - 4\mu v_{0y} = v_0 (\cos \alpha - 4\mu \sin \alpha) .$$

На этот раз выражение в скобках меньше нуля (убедитесь в этом), и шайба перестанет смещаться вправо. Для определения искомого расстояния  $s$  учтем, что время полета шайбы равно

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} .$$

Таким образом, смещение шайбы вдоль горизонтальной оси составит

$$s = v_{1x} t = v_{1x} \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0^2}{g} (\cos \alpha - 2\mu \sin \alpha) \sin \alpha = 0,75 \text{ м} .$$

(Окончание следует)

